競プロ勉強会 180717

17 - baton

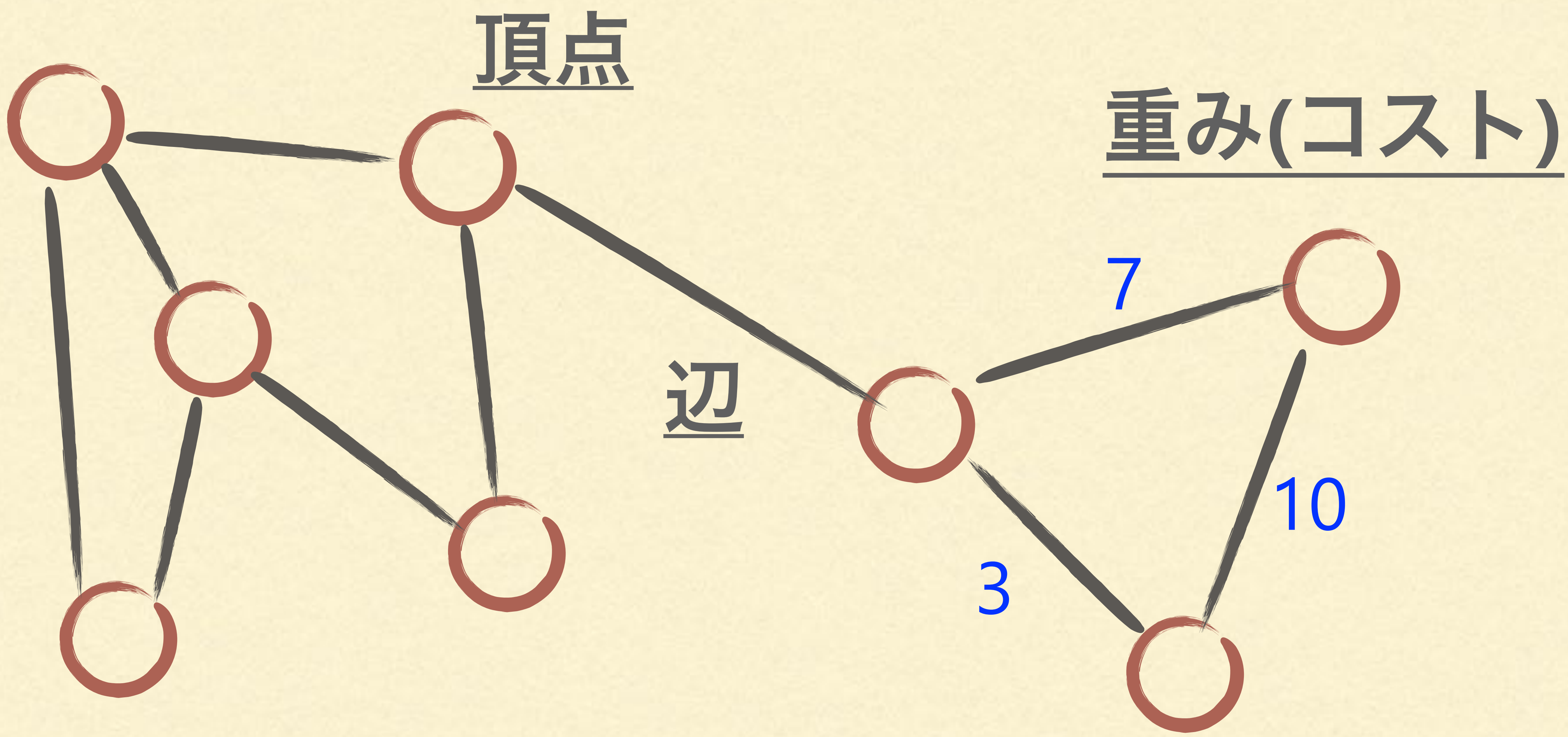
グラフとは…

グラフとは…

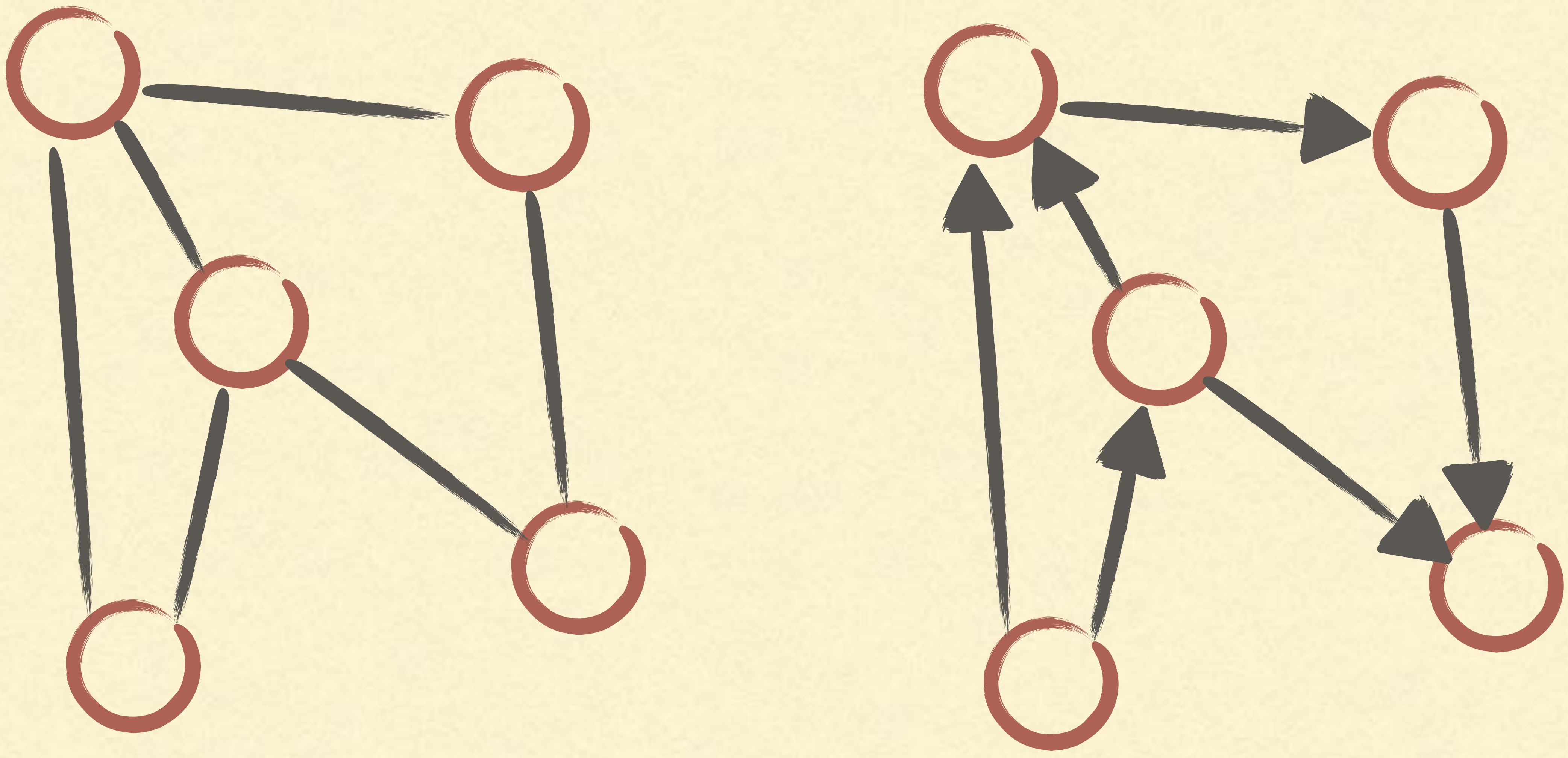
- $E \subseteq [V]^2$ を満たす集合の組 $G = (V, E)$ のことである。
- E の要素はグラフGの**頂点**、V の要素はグラフGの**辺**

(グラフ理論[Rディスティール著]より)

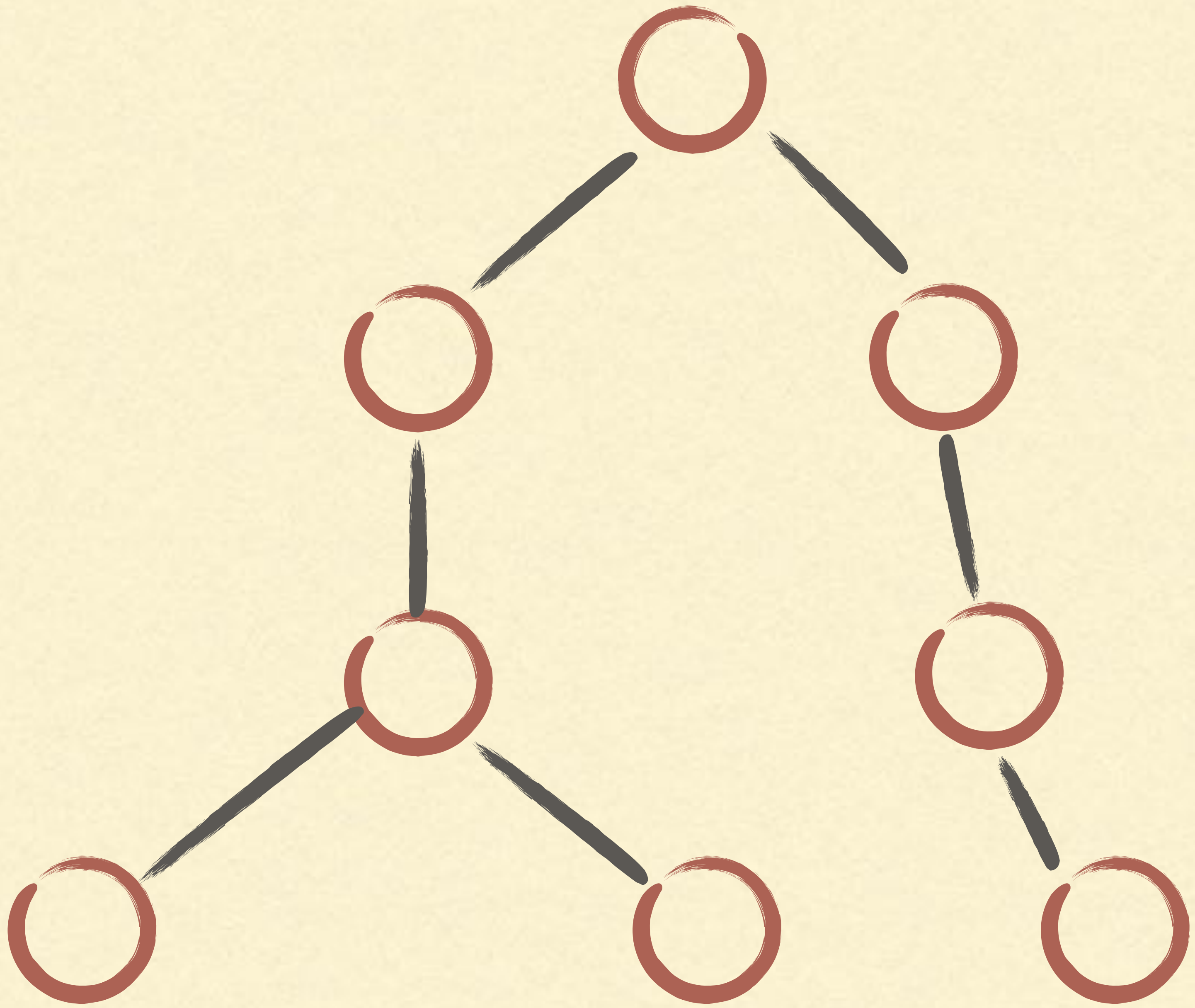
グラフとは…



無向グラフと有向グラフ

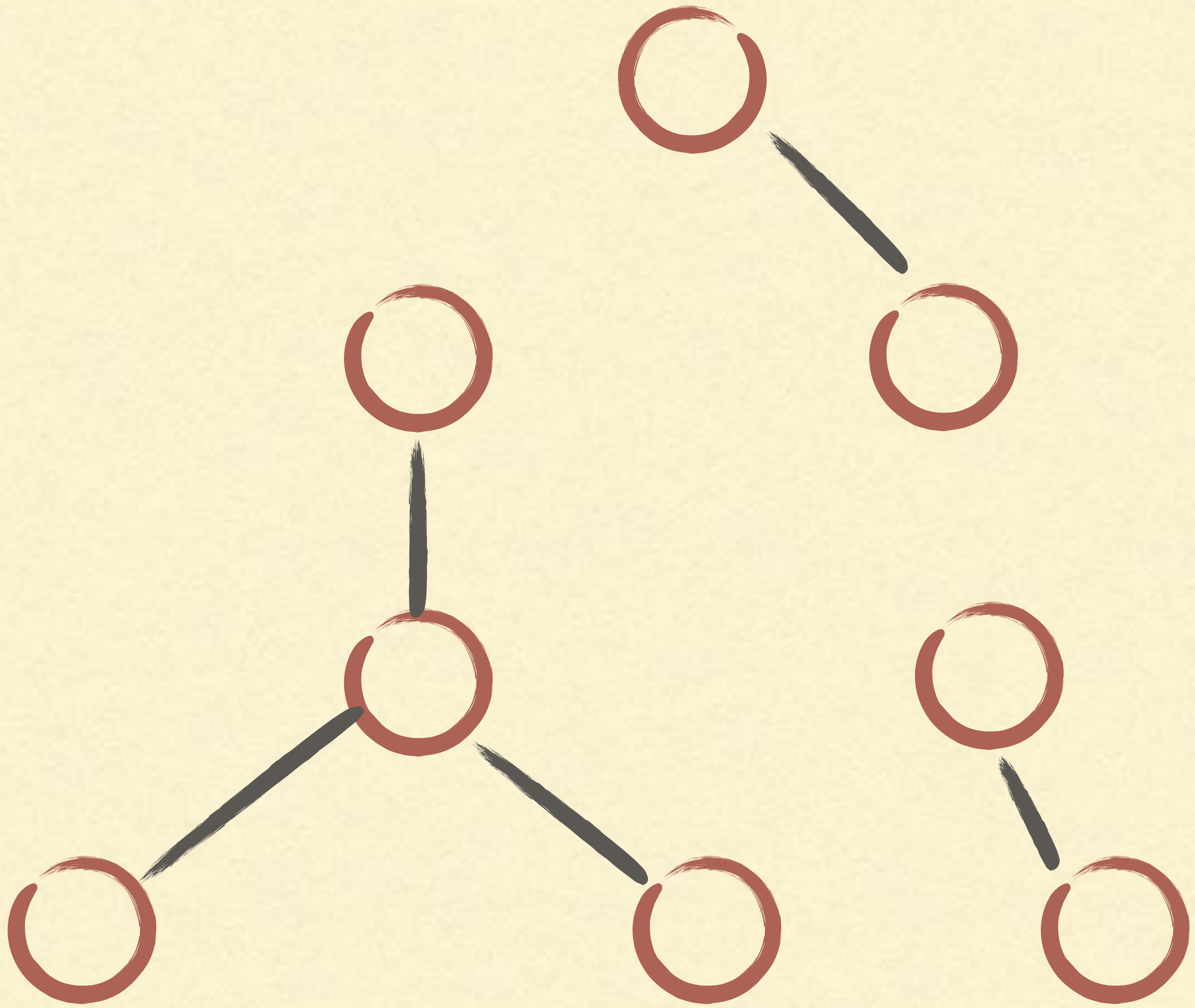


特別なグラフ - 木



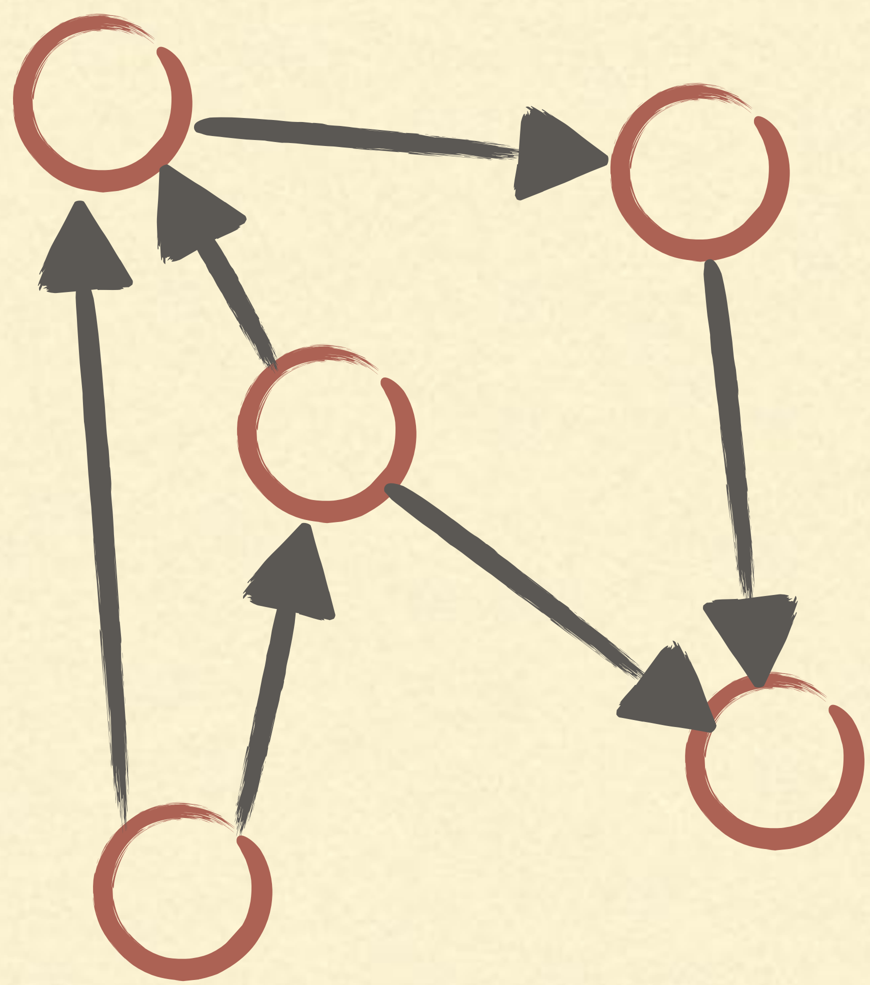
- 閉路がない
- 連結
- 辺の本数がN-1

特別なグラフ - 森

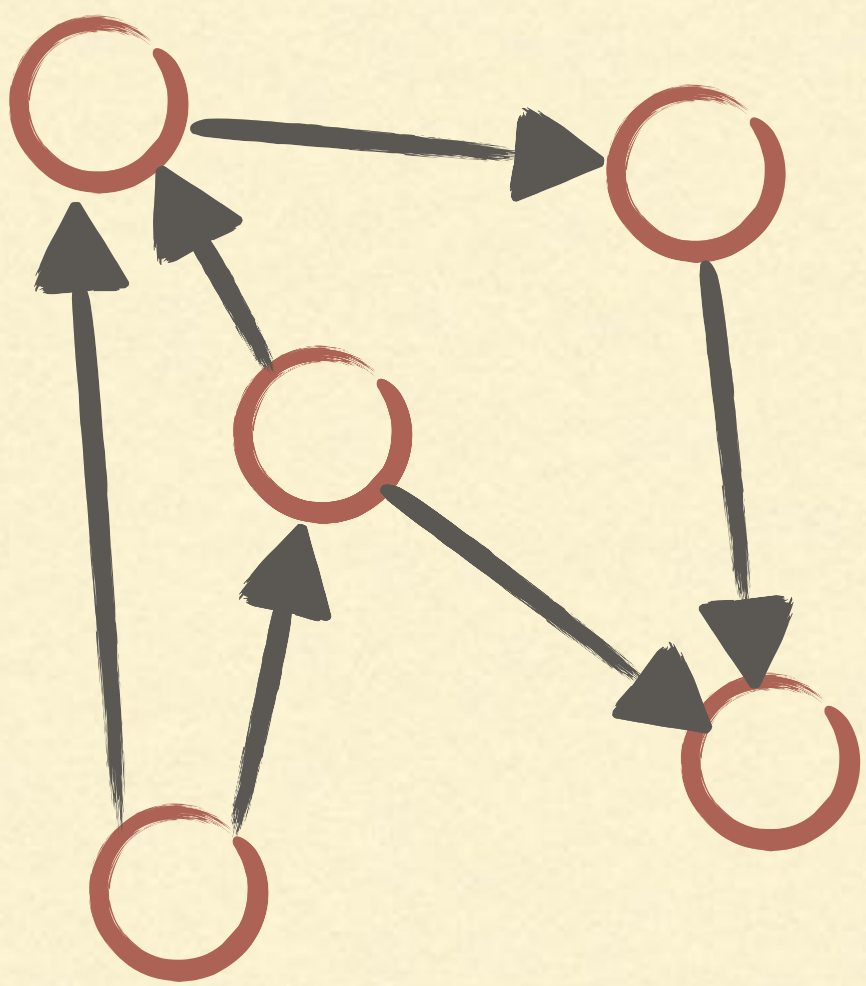


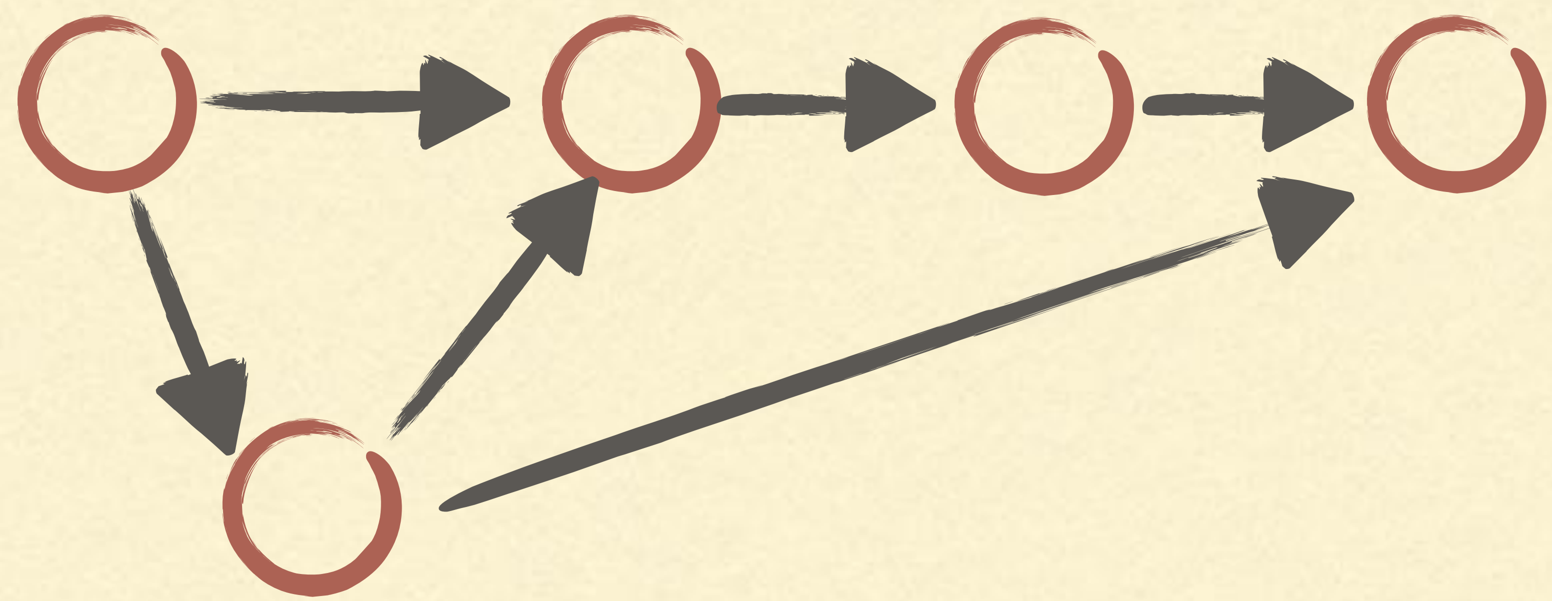
- 閉路がない
- 各連結成分が木

特別なグラフ - DAG



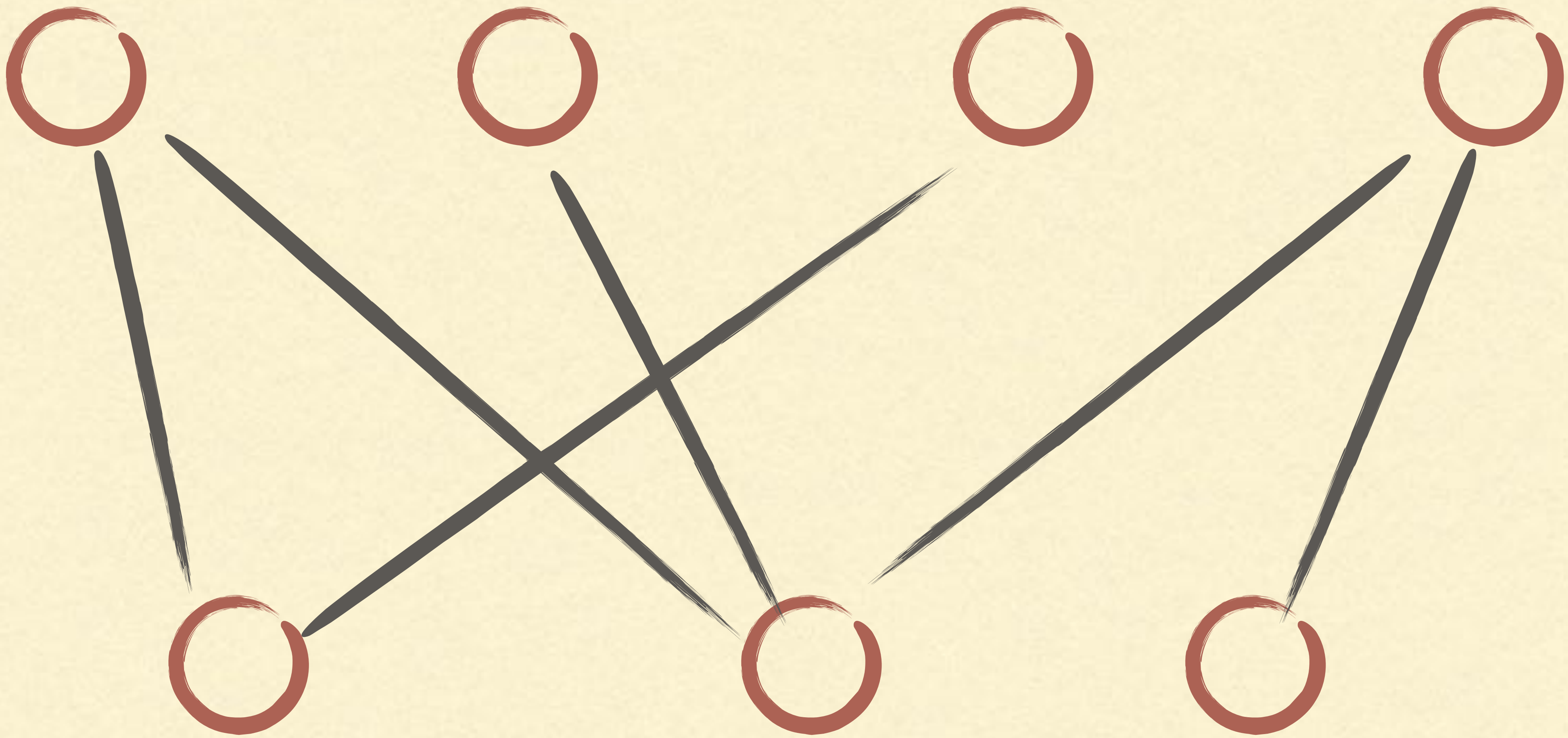
特別なグラフ - DAG





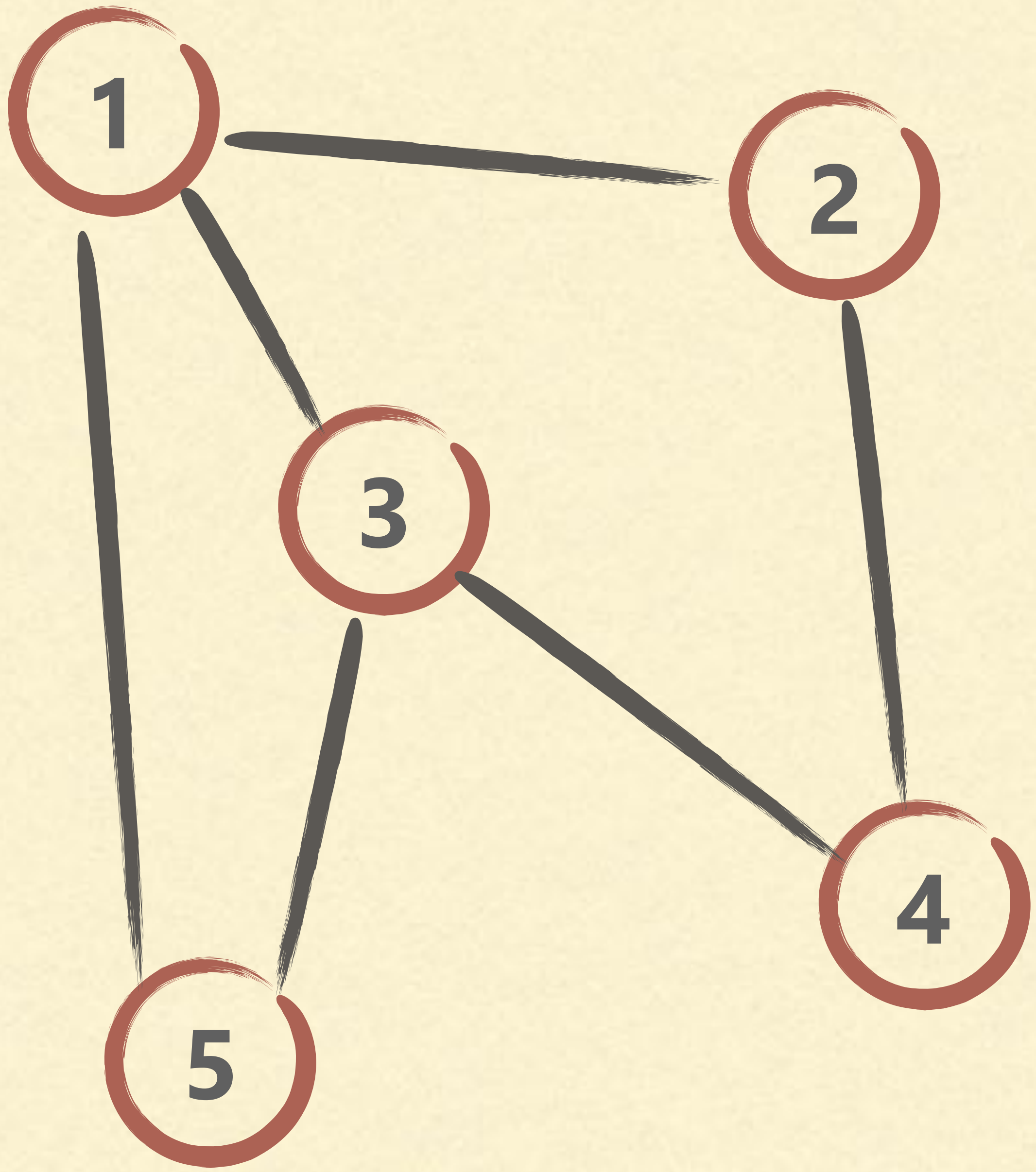
巡回がない(戻れない)

特別なグラフ - 二部グラフ



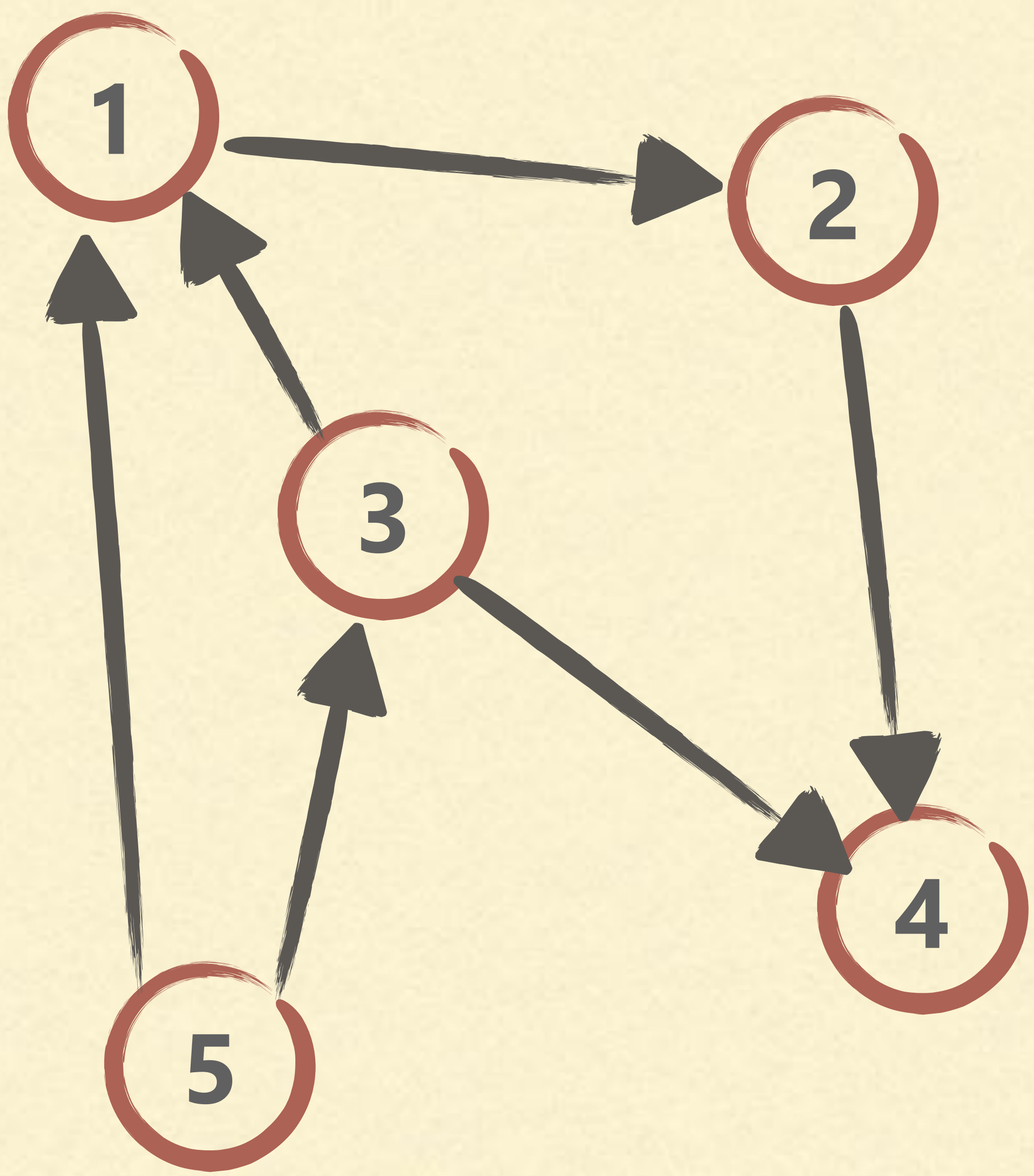
グラフの表現 - 隣接行列

	1	2	3	4	5
1	0	**1**	**1**	0	**1**
2	**1**	0	0	**1**	0
3	**1**	0	0	**1**	**1**
4	0	**1**	**1**	0	0
5	**1**	0	**1**	0	0



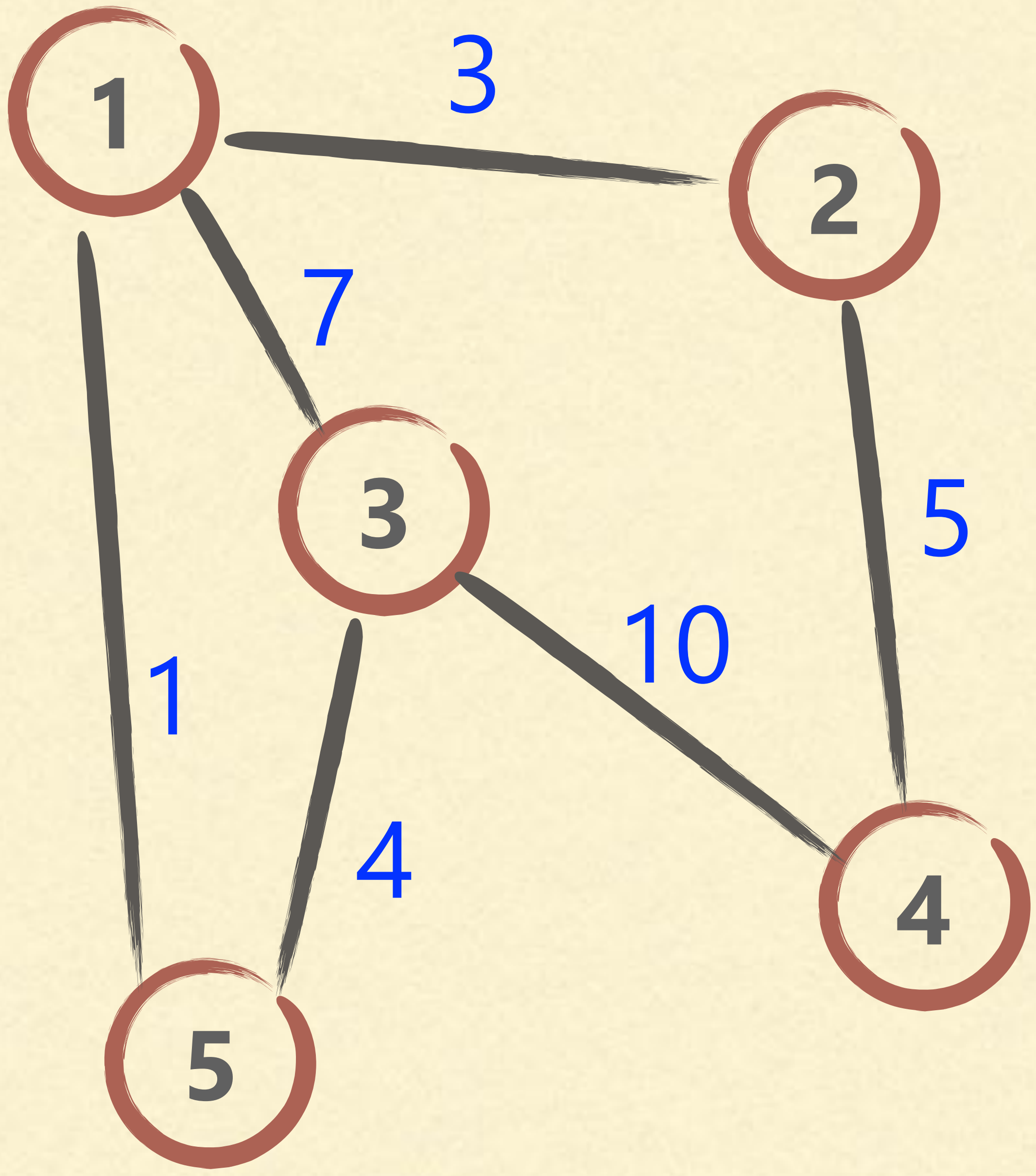
グラフの表現 - 隣接行列

	1	2	3	4	5
1	0	**1**	**0**	0	**0**
2	**0**	0	0	**1**	0
3	**1**	0	0	**1**	**0**
4	0	**0**	**0**	0	0
5	**1**	0	**1**	0	0



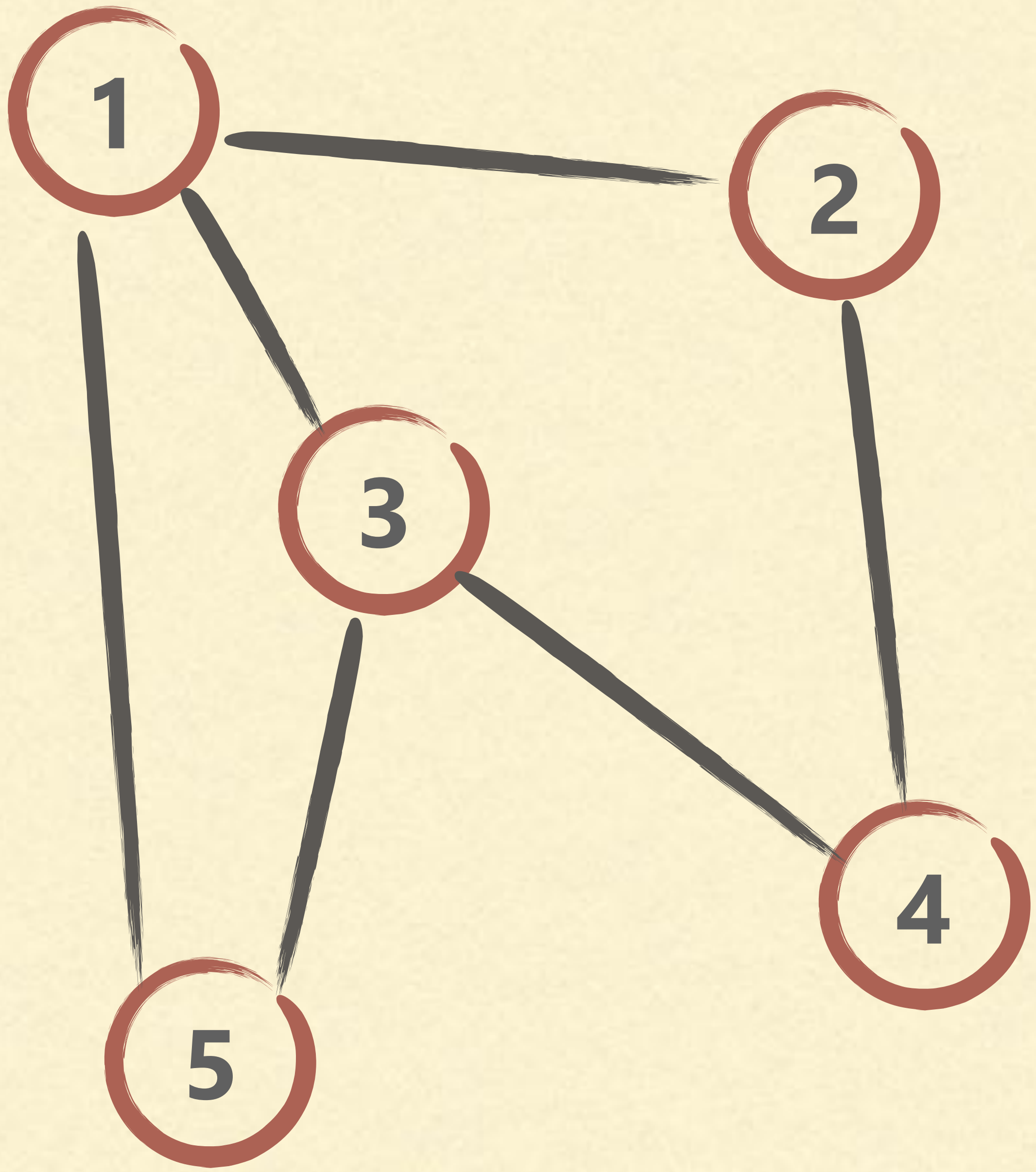
グラフの表現 - 隣接行列

	1	2	3	4	5
1	∞	**3**	**7**	∞	**1**
2	**3**	∞	∞	**5**	∞
3	**7**	∞	∞	**10**	**4**
4	∞	**5**	**10**	∞	∞
5	**1**	∞	**4**	∞	∞



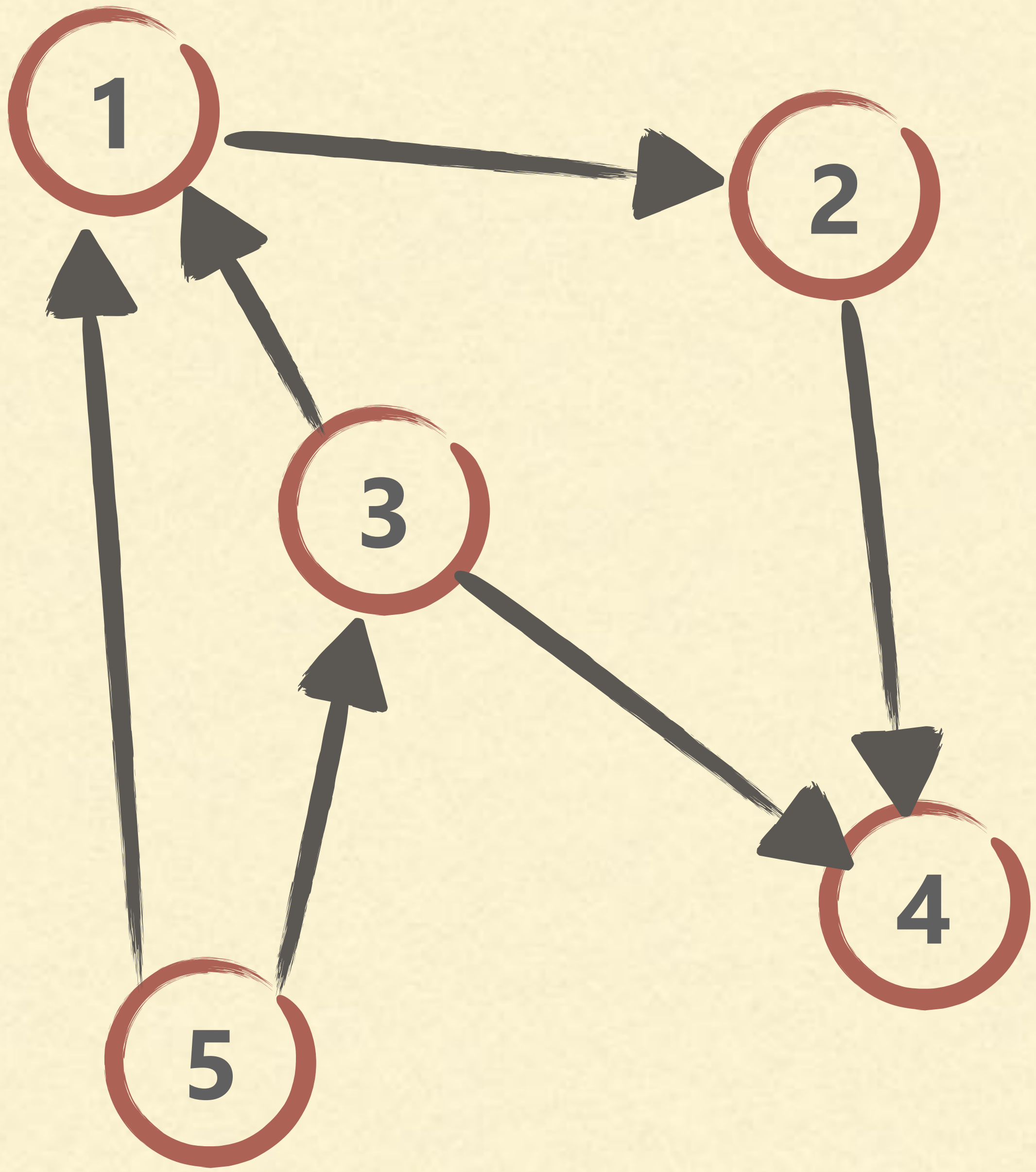
グラフの表現 - 隣接リスト

1	**2**	**3**	**5**
2	**1**	**4**	
3	**1**	**4**	**5**
4	**2**	**3**	
5	**1**	**3**	



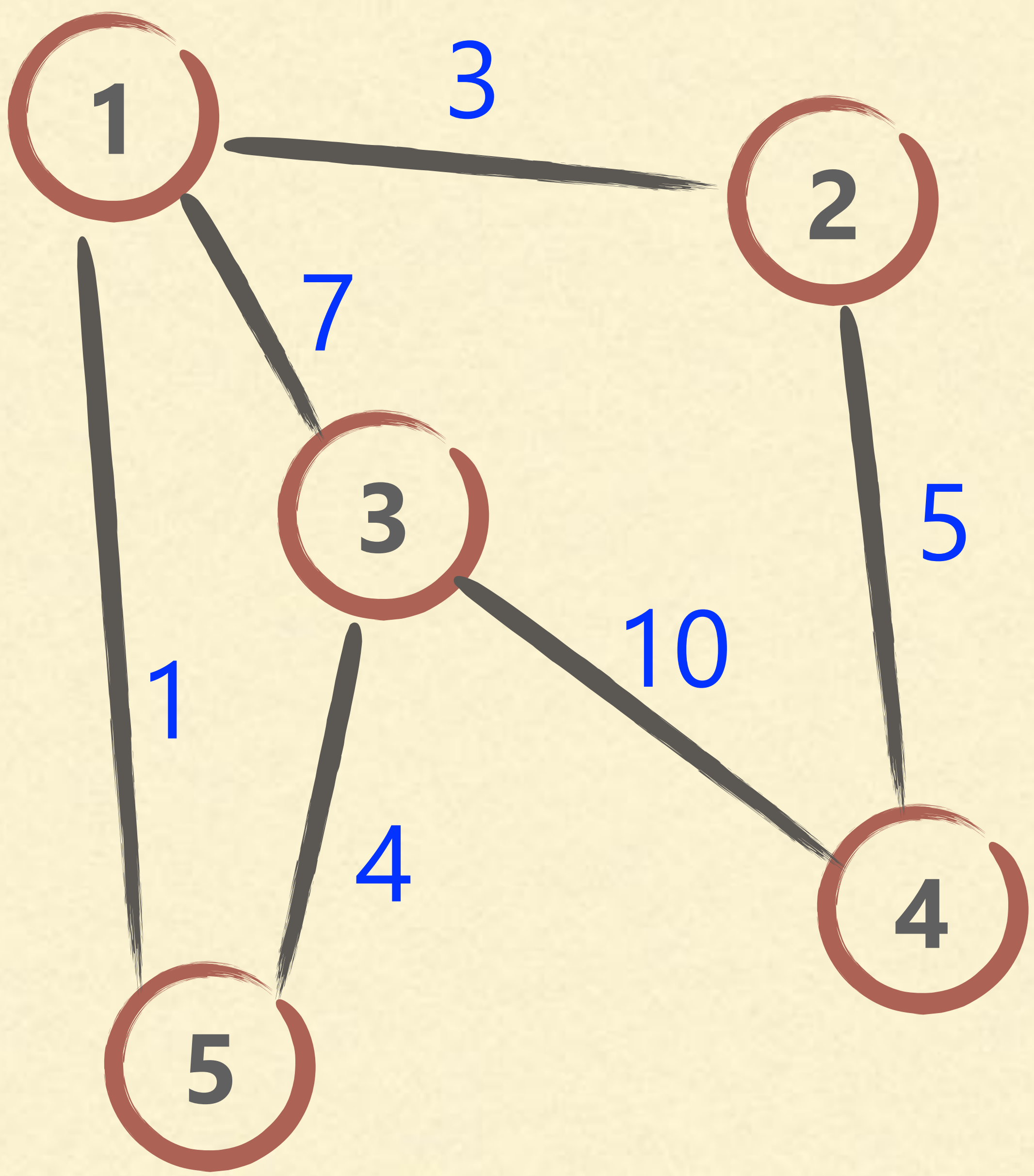
グラフの表現 - 隣接リスト

1	**2**	
2	**4**	
3	**1**	**4**
4		
5	**1**	**3**



グラフの表現 - 隣接リスト

1	**(2,3) (3,7) (5,1)**
2	**(1,3) (4,5)**
3	**(1,7) (4,10) (5,4)**
4	**(2,5) (3,10)**
5	**(1,1) (3,4)**



計算量

	隣接行列	隣接リスト
隣接判定	O(1)	O(M)
隣接の列挙	O(N^2)	O(M)
空間計算量	O(N^2)	O(N + M)

実装

- ライブコーディング？？
- AOJ ALDS1_11_C
  http://judge.u-aizu.ac.jp/onlinejudge/description.jsp?id=ALDS1_11_C&lang=jp

おまけ: ワーシャルフロイド法

- 全点間最短距離をO(N^3)で求めることができる手法
- 実装が4行で終わるのでとても楽

```
for(int k=0;k<N;k++)
  for(int i=0;i<N;i++)
    for(int j=0;j<N;j++)
      dist[i][j] = min(dist[i][j], dist[i][k] + dist[k][j]);
```

- dist[i][i] = 0で初期化、繋がってない場所は、dist[i][j] = INF
- 負のループがある場合は求まらない(停止しない)

おまけ: ワーシャルフロイド法

- なぜ？(適当な説明)
- 最短経路なので、同じ頂点を高々1回しか通らない
- 各kでは、全ての2頂点間で、
  k番以下の頂点のみを使う最短距離を求めている
- k-1番目以下を使う最短距離から、
  k番目以下を使う最短距離が求まる　(Kleene っぽくない？)

おまけ: 実装

- 時間があれば
- AOJ GRL_1_C
  http://judge.u-aizu.ac.jp/onlinejudge/description.jsp?id=GRL_1_C&lang=jp
-